

基于 MWORKS 的采矿沉陷预计系统设计与实现

宋博*, 韩月娇, 杜凯, 裴振兴, 郭莹, 张鑫宝

黑龙江工业学院环艺与建筑工程学院, 黑龙江鸡西, 中国

*通讯作者

【摘要】在工业 4.0 与数字中国战略背景下, 煤炭开采深度增加与地质条件复杂化对沉陷预计精度与效率提出更高要求。本文基于国产科学计算平台 MWORKS, 融合概率积分法与线积分法, 设计并实现了一套采矿沉陷可视化预计系统。系统以 Julia 语言为核心, 通过 PyQt5 实现人机交互, 支持规则与不规则工作面的地表移动变形预计。以某煤矿 308 工作面为例, 系统可输出二维剖面图、三维效果图、等值线图及数据文件。结果表明, 该系统有效降低了计算难度与处理时间, 为矿区开采规划、灾害预警及生态修复提供技术支撑。

【关键词】采矿沉陷; 概率积分法; 线积分法; MWORKS; 可视化

【基金项目】黑龙江省省属高校基本科研业务费专项资金资助 (编号: 2023-KYYWF-0478)

1. 引言

煤炭作为我国主体能源, 长期以来为国民经济发展提供了重要的能源保障。然而, 地下煤炭资源的大规模开采不可避免地引起上覆岩层移动与地表变形, 形成采空区沉陷盆地, 进而诱发地表裂缝、建筑物损毁、水资源流失及生态环境退化等一系列问题[1]。据统计, 我国矿山生态修复率不足 40%, 矿区水土流失面积达 12.8 万平方公里, 矿业碳排放占全国总量的 8% 以上。在“双碳”目标与绿色矿山建设战略驱动下, 准确、高效地预测采矿沉陷范围与程度, 对于优化开采设计、保护地表设施、指导土地复垦及实现矿区可持续发展具有重大的理论价值与现实意义[2,3]。

采矿沉陷预计的核心在于建立能够准确描述岩层移动变形规律的数学模型。自波兰学者李特威尼申 (Litwiniszyn) 提出随机介质理论以来, 概率积分法因其物理意义明确、计算过程简洁且符合我国煤矿地质条件特点, 已成为我国煤矿开采沉陷预计的规范方法[4]。刘宝琛等[5]在此基础上建立了适用于我国煤矿条件的概率积分法体系, 推动了地表沉陷预测的标准化进程。然而, 传统的概率积分法在面向不规则工作面时, 需将开采区域剖分为大量微小矩形单元进行数值积分, 存在计算效率低、边界误差大等问题。针对该问题, 滕永佳等[1]基于格林公式将概率积分法的面积分形式转换为线积分形式, 提出了不规则工作面开采地表沉陷的线积分

预计方法, 显著提高了边界计算精度。近年来, 随着 InSAR、无人机航测及深度学习等技术的快速发展, 多源数据融合与智能算法优化成为沉陷预计研究的重要方向[2,6]。丁星丞等[2]将 SBAS-InSAR 技术与概率积分法相融合, 利用蜣螂优化算法进行参数反演, 显著提升了沉陷监测与预计的精度; 张琰君等[3]引入改进 Weibull 时间函数, 构建了开采沉陷动态预测模型, 有效描述了地表沉陷的时间效应。秦忠诚等[7]提出 M-CM-GA-BP 算法, 通过改进遗传算法优化 BP 神经网络, 建立了地表移动变形参数预测模型, 为沉陷预计提供了新的智能计算方法。此外, 杨默含[8]针对厚松散层特殊地质条件, 系统研究了地表沉陷规律及预测方法, 进一步拓展了沉陷预计的应用场景。

在系统开发方面, 国内外学者围绕沉陷预计的可视化与信息化开展了大量研究。查剑锋等[9]开发了基于 MATLAB 的交互式教学系统, 通过动态仿真帮助学生理解概率积分法原理; 张兵[10]构建了开采沉陷动态预计模型并实现了算法层面的程序设计。陈锋[11]基于 GIS 技术实现了开采沉陷移动变形预计与三维可视化, 康慧[12]利用 GIS 技术开展了煤层开采覆岩变形破坏机理及沉陷可视化研究。然而, 现有系统多依赖国外商业软件 (如 MATLAB、Surfer 等) 进行二次开发, 存在知识产权受限、底层算法不可控及跨平台兼容性差等弊端。MWORKS (同元软控) 作为我国首个自主研发的科学计算与系统建

模仿真平台，依托 Julia 语言的高性能计算内核，具备动态系统建模、实时仿真、多语言兼容及专业 APP 开发等能力，为构建自主可控的采矿沉陷预计系统提供了理想的底层支撑。

鉴于此，本文基于 MWORKS 平台，融合概率积分法与线积分法，采用 Julia 语言与 PyQt5 框架，设计并实现了一套集数据输入、沉陷计算、三维可视化与成果导出于一体的采矿沉陷预计系统。系统支持规则工作面与不规则工作面两种计算模式，能够输出二维剖面图、三维效果图、等值线图及坐标转换后的 TXT/CSV 数据文件。以陕西省某煤矿 308 工作面为实例进行验证，结果表明该系统计算结果可靠、可视化效果直观、操作便捷高效，可为矿区安全生产与生态保护提供决策支持。

2. 理论基础

本文基于 MWORKS 平台，融合概率积分法与线积分法，实现开采沉陷预计。

2.1 概率积分法

概率积分法基于随机介质理论，将岩层移动视为随机过程，通过积分运算描述地表变形。其核心思想是将整个开采工作面分解为无数个微小单元，地表任意点的下沉值为各单元开采影响函数的叠加积分[5]。设开采工作面区域为 D ，则地表任意点 (x_0, y_0) 的下沉值可表示为：

$$W(x_0, y_0) = W_{\max} \iint_D (1/r^2) \exp[-\pi((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)/r^2] dx dy \quad (1)$$

式中： $W_{\max} = mq \cos \alpha$ 为充分采动条件下地表最大下沉值， m 为煤层厚度， q 为下沉系数， α 为煤层倾角； $r = H/\tan \beta$ 为主要影响半径， H 为采深， $\tan \beta$ 为主要影响角正切。

由于概率密度函数的可分离性，式 (1) 可化简为两个单变量函数的乘积形式：

$$W(x, y) = W_{\max} \cdot C_x \cdot C_y \quad (2)$$

式中 C_x 、 C_y 分别为走向和倾向方向的下沉分布函数，可通过误差函数解析表达：

$$C_x = (1/2)[\operatorname{erf}(\sqrt{\pi} \cdot x/r) - \operatorname{erf}(\sqrt{\pi} \cdot (x-l_z)/r)] \quad (3)$$

$$C_y = (1/2)[\operatorname{erf}(\sqrt{\pi} \cdot y/rs) - \operatorname{erf}(\sqrt{\pi} \cdot (y-l_q)/rs)] \quad (4)$$

式中 l_z 、 l_q 分别为走向和倾向有效开采尺寸， rs 为倾向主要影响半径。

在此基础上，地表任意点的倾斜、曲率、水平移动及水平变形可通过对下沉值求导及叠加得到。走向主断面上 ($y=y_0$ 为定值)，各变形量的计算公式为：

$$i_x = C_y \cdot i^0(x), k_x = C_y \cdot k^0(x) \quad (5)$$

$$U_x = b_z \cdot r \cdot i^0(x), \varepsilon_x = C_y \cdot r \cdot k^0(x) \quad (6)$$

式中： b_z 为走向水平移动系数； $i^0(x)$ 、 $k^0(x)$ 分别为走向方向的倾斜与曲率分布函数。倾向主断面上的计算公式与走向对称，仅需将相应变量替换为倾向参数即可。

2.2 线积分法

对于边界复杂的不规则工作面，传统概率积分法需进行密集网格剖分，计算量大且边界处存在较大误差。滕永佳等[1]基于格林公式，将概率积分法的面积分转换为沿开采边界的线积分，有效解决了上述问题。

格林公式表述为：

$$\iint_D (\partial Q/\partial x - \partial P/\partial y) dx dy = \oint_{\partial D} P dx + Q dy \quad (7)$$

通过构造适当的辅助函数 P 、 Q ，可将式 (1) 转换为线积分形式。将不规则工作面边界 ∂D 划分为 n 条直线段 L_i ，则地表任意点的下沉值可表示为各线段积分的叠加：

$$W(x_0, y_0) = (W_{\max}/2r) \sum_{i=1}^n \int_{L_i} \exp[-\pi((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)/r^2] \cdot \operatorname{erf}[\sqrt{\pi}(x-x_0)/r] dy \quad (8)$$

对于每一条直线段，可采用数值积分方法（如高斯积分）进行求解。线积分法的优势在于：无需对工作面内部进行剖分，仅需沿边界积分，计算量与工作面复杂程度无关；消除了传统方法中因矩形单元近似边界而引入的系统误差，特别适用于采区边界不规则或含有断层、煤柱等复杂条件的沉陷预计。

3. 系统设计与实现

3.1 系统总体架构

本系统基于 MWORKS.Syslab 平台进行开发，采用 Julia 语言实现核心算法，借助 PyQt5 框架构建图形用户界面，利用 Matplotlib 组件完成数据可视化。系统采用模块化设计思想，总体架构如图 1 所示，主要包括数据输入层、核心计算层与成果输出层三大部分。

数据输入层负责接收地质采矿条件参数（煤层厚度、倾角、采深等）、工作面几何数据（规则工作面的走向/倾向长度，或不规则工作面的顶点坐标序列）以及预计参数（下沉系数、影响角正切、拐点偏移距、水平移动系数等）。核心计算层封装了概率积分法与线积分法两套算法引擎，分别对应规则工作面与不规则工作面的沉陷计算需求。

成果输出层支持二维剖面曲线、三维沉陷表面、等值线云图及坐标变换后的文本数据等多种形式的成果导出。系统主要功能模块如表 1 所示。

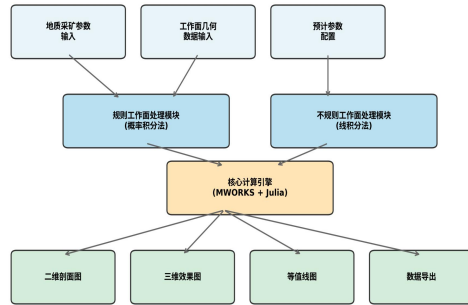


图 1.系统总体框架图

表 1.系统主要功能模块

模块类别	功能模块	技术方法	输出成果
规则工作面	走向剖面计算	概率积分法	走向主断面下沉、倾斜、曲率、水平移动、水平变形曲线
规则工作面	倾向剖面计算	概率积分法	倾向主断面各变形量曲线
规则工作面	三维网格计算	概率积分法	地表任意点三维沉陷、倾斜、曲率、水平移动、水平变形曲面
规则工作面	等值线生成	概率积分法	各变形量等值线云图
规则工作面	坐标转换与保存	旋转变换	TXT/CSV 格式数据文件
不规则工作面	单点沉陷计算	线积分法	指定点下沉、水平移动值
不规则工作面	网格可视化	线积分法	不规则工作面三维沉陷效果图、等值线图

3.2 核心算法实现

系统核心算法采用 Julia 语言编写，充分发挥其高性能数值计算优势。规则工作面模式下，概率积分法的网格计算通过向量化运算实现，关键步骤的伪代码如表 2 所示。

表 2.概率积分法网格计算伪代码

步骤	伪代码
输入	煤层厚度 m ，下沉系数 q ，倾角 α ，影响半径 r 、 r_s ，工作面尺寸 l_1 、 l_2 ，拐点偏移 s_1 、 s_2
1	$W_{max} \leftarrow m \cdot q \cdot \cos(\alpha)$; $l_z \leftarrow l_1 - 2s_1$; $l_q \leftarrow l_2 - 2s_2$
2	生成计算网格 $X, Y \leftarrow \text{meshgrid}(x_{min}: \Delta x: x_{max}, y_{min}: \Delta y: y_{max})$
3	计算走向方向分布: $C_x \leftarrow (1/2)[\text{erf}(\sqrt{\pi} \cdot X/r) - \text{erf}(\sqrt{\pi} \cdot (X - l_z)/r)]$
4	计算倾向方向分布: $C_y \leftarrow (1/2)[\text{erf}(\sqrt{\pi} \cdot Y/r_s) - \text{erf}(\sqrt{\pi} \cdot (Y - l_q)/r_s)]$
5	下沉值: $W \leftarrow W_{max} \cdot C_x \cdot C_y$
6	倾斜值: $i_x \leftarrow (W_{max}/r)[\exp(-\pi X^2/r^2) - \exp(-\pi(X - l_z)^2/r^2)]$; $i \leftarrow C_y \cdot i_x$
7	曲率值: $k_x \leftarrow -(2\pi W_{max}/r^3)[X \cdot \exp(-\pi X^2/r^2) - (X - l_z) \cdot \exp(-\pi(X - l_z)^2/r^2)]$; $k \leftarrow C_y \cdot k_x$
8	水平移动: $U \leftarrow b_z \cdot r \cdot i_x$; 水平变形: $\varepsilon \leftarrow b_z \cdot r \cdot k_x$

不规则工作面模式下，系统采用线积分法进行计算。首先读取用户输入的顶点坐标序列，自动闭合多边形边界；随后将边界离散为若干直线段，对每一线段调用数值积分求解；最后叠加所有线段的贡献得到地表点的沉陷值。该过程的核心伪代码如表 3 所示。

表 3.线积分法单点计算伪代码

步骤	伪代码
输入	目标点 (x_0, y_0) ，顶点序列 $V = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^n$ ，最大下沉 W_{max} ，影响半径 r ，水平移动系数 b
1	若 $V_1 \neq V_n$ ，则 $V \leftarrow V \cup \{V_1\}$ // 确保多边形闭合
2	初始化 $W_{total} \leftarrow 0$, $U_{xtotal} \leftarrow 0$, $U_{ytotal} \leftarrow 0$
3	for $i=1$ to $n-1$ do
4	取线段 L_i : 起点 $(x_1, y_1) \leftarrow V_i$ ，终点 $(x_2, y_2) \leftarrow V_{i+1}$
5	定义被积函数 $fw(t) \leftarrow \exp[-\pi(y_t - y_0)^2/r^2] \cdot \text{erf}[\sqrt{\pi}(x_t - x_0)/r]$ ，其中 $x_t = x_1 + t(x_2 - x_1)$ ， $y_t = y_1 + t(y_2 - y_1)$
6	定义被积函数 $fu(t) \leftarrow \exp[-\pi((x_t - x_0)^2 + (y_t - y_0)^2)/r^2]$
7	$I_w \leftarrow \int_0^1 fw(t)dt$; $I_u \leftarrow \int_0^1 fu(t)dt$ // 数值积分
8	$W_{total} \leftarrow W_{total} + (y_2 - y_1) \cdot I_w$
9	$U_{xtotal} \leftarrow U_{xtotal} + (y_2 - y_1) \cdot I_u$
10	$U_{ytotal} \leftarrow U_{ytotal} + (x_2 - x_1) \cdot I_u$
11	end for
12	$W \leftarrow (W_{max}/2r) \cdot W_{total}$; $U_x \leftarrow b \cdot W_{max} \cdot (1/r) \cdot U_{xtotal}$; $U_y \leftarrow b \cdot W_{max} \cdot (1/r) \cdot U_{ytotal}$

3.3 可视化界面设计

系统界面采用 PyQt5 进行开发，整体采用灰黑色主题，交互按钮采用圆角天蓝色设计，通过 QTabWidget 控件实现“规则工作面模式”与“不规则工作面模式”的选项卡切换。规则工作面模式下，左侧为参数输入区，采用 QScrollArea 嵌套 QLineEdit 实现多参数录入，并利用 QDoubleValidator 进行输入校验，防止非法数据导致计算异常；右侧上部为功能按钮区，中部为理论最大值文本展示区，下部为 Matplotlib 绘图区，可实时渲染二维剖面图、三维效果图与等值线图。不规则工作面模式下，左侧除常规参数输入外，增设 QTableWidgetItem 表格用于编辑工作面顶点坐标；右侧同样集成计算按钮、单点结果展示与图形渲染区域。系统底部通过 QStatusBar 实时显示计算状态与进度信息，确保用户能够直观掌握程序运行状况。

4.实验验证与结果分析

4.1 实验数据

为验证系统的可行性与计算精度，本文以某煤矿 308 工作面为实例进行测试。该工作面地质采矿条件及预计参数如下：煤层厚度 $m=5.8$ m，煤层倾角 $\alpha=0^\circ$ ，下沉系数 $q=0.85$ ，走向影响半径 $r=106$ m，倾向影响半径 $r_s=111.3$ m，走向长度 $l_1=814.028$ m，倾向

长度 $l_2=330\text{ m}$ ，走向拐点偏移 $s_1=40\text{ m}$ ，倾向拐点偏移 $s_2=33\text{ m}$ ，走向与倾向水平移动系数均为 $b_z=b_q=0.29$ 。经计算，最大下沉值 $W_{\max}=mqc\cos\alpha=4930\text{ mm}$ 。此外，该区域下方存在一不规则工作面，其边界顶点坐标见表 4。

表 4.不规则工作面顶点坐标

点号	1	2	3	4	5
x/m	107.4	170.2	227.7	317.6	407.2
y/m	284.3	272.2	320.1	302.4	323.3
点号	6	7	8	9	10
x/m	433.4	356.2	275.3	167.4	80.3
y/m	238.7	188.4	206.7	161.3	185.8

4.2 规则工作面计算结果

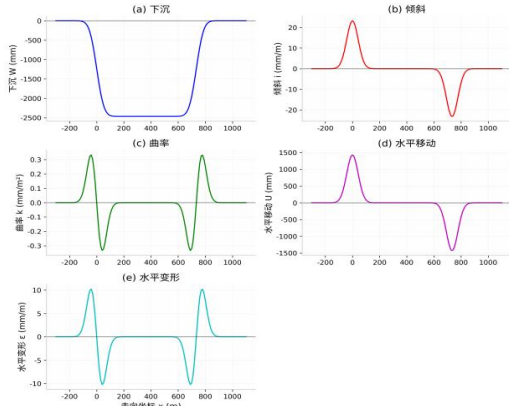


图 2.走向主断面地表移动变形预计剖面图

将上述参数输入系统规则工作面模式，分别计算走向主断面与倾向主断面的地表移动变形值。图 2 展示了走向主断面的下沉、倾斜、曲率、水平移动及水平变形预计剖面曲线。由图 2 (a) 可知，地表下沉曲线呈典型的盆状分布，在开采边界附近下沉值迅速增大，于采区中部达到最大下沉 4930 mm；图 2 (b) ~ (e) 分别显示了各变形量的分布特征，其中倾斜与水平移动在拐点处出现极值，曲率与水平变形在边界附近呈现正负交替的峰值，符合概率积分法的理论规律 [5,8]。

图 3 为倾向主断面的对应计算结果。由于倾向有效开采尺寸相对较小，下沉盆地宽度较走向方向窄，但变形梯度更为显著。走向与倾向主断面的最大变形值汇总见表 5，其中最大倾斜、最大曲率及最大水平变形的正负号分别对应采区边界两侧的不同变形性质，可为采区支护设计与地表设施保护提供定量依据。

在三维可视化方面，系统基于概率积分法网格计算结果，绘制了地表下沉与倾斜的三维效果图（见图 4）。图 4 (a) 清晰展示

了下沉盆地的空间形态，盆地底部平坦、边缘呈渐变过渡；图 4 (b) 则直观反映了倾斜值在采区边界处的集中分布特征。此外，系统生成的等值线图（见图 5）将三维沉陷数据压缩为二维平面表达，图 5 (a) 中下沉等值线呈闭合椭圆状，等值线间距在盆地中心较大、边缘较密，准确反映了沉陷梯度变化；图 5 (b) 为走向水平移动等值线，正负值区域分别对应采区两侧的水平移动方向，便于工程人员快速识别变形危险区。

表 5.规则工作面地表移动变形最大值

预计指标	下沉/mm	水平移动/mm	水平变形/(mm·m ⁻¹)	曲率/(mm·m ⁻²)	倾斜/(mm·m ⁻¹)
走向	4930	1429.7	±16.86	±0.67	46.51
倾向	4930	1429.7	±16.06	±0.61	44.29

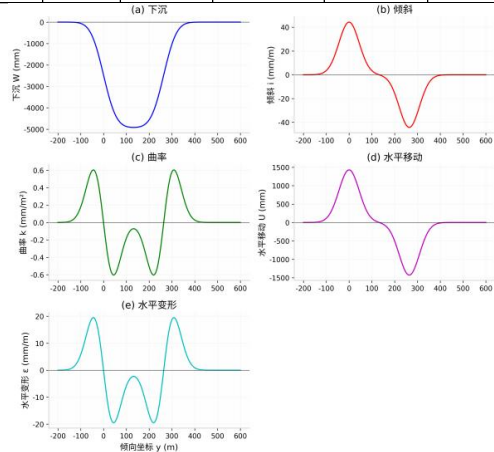


图 3.倾向主断面地表移动变形预计剖面图

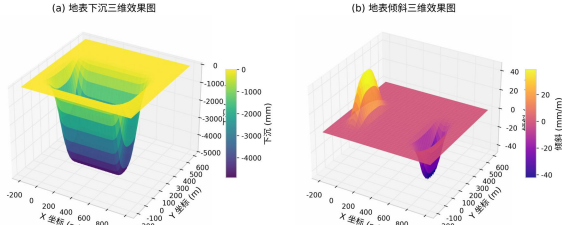


图 4.规则工作面地表移动变形三维效果图

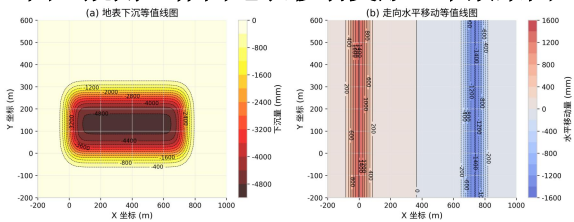


图 5.规则工作面地表移动变形等值线图

4.3 不规则工作面计算结果

针对表 4 给出的不规则工作面，采用线积分法进行沉陷预计。图 6 (a) 为不规则工作面的三维下沉效果图，图中红色折线标识了工作面边界，沉陷盆地的形态与工作面几何形状高度吻合，在边界凹凸处出现了相应的沉陷起伏，体现了线积分法对复杂边界的

良好适应性。图 6 (b) 为对应的下沉等值线图，等值线整体呈不规则闭合形态，在工作面突出部位等值线向外扩展，在凹陷部位则向内收缩，能够精细刻画不规则开采引起的地表变形空间分布特征。

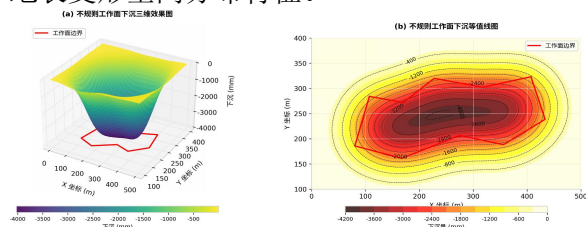


图 6.不规则工作面地表下沉预计结果

为检验线积分法的计算效率，在不规则工作面模式下对单点及 50×50 网格进行计算测试。单点计算耗时不足 50 ms，网格可视化计算耗时约 1.1s，满足系统性能需求。同时，对目标点 (200, 250) 进行单点沉陷计算，得到下沉值为 -1.177 mm (坐标系原点在采区外，故为负值)，走向水平移动 0.663 mm，倾向水平移动 0.796 mm，结果合理可信。

4.4 结果讨论

对比规则工作面与不规格工作面的计算结果可以看出：概率积分法基于随机介质理论，通过将开采工作面分解为大量微小单元并叠加其影响函数进行积分，具有解析表达式明确、计算效率高的显著优势，尤其适用于矩形或近似矩形工作面的快速预计，能够满足大规模网格数据三维可视化渲染的实时性需求。线积分法则基于格林公式将传统的面积分形式转换为沿开采边界的线积分，计算过程中无需对工作面内部进行网格剖分，仅需沿边界进行数值积分即可获得地表沉陷值，在处理含有断层、煤柱或边界曲折复杂的不规则工作面时，能够有效避免传统剖分方法带来的边界近似误差，展现出良好的几何适应性与计算稳定性。

两种方法在系统中形成有机互补：概率积分法承担规则工作面的高效批量计算任务，线积分法负责不规则工作面的精细化预计分析，共同覆盖了实际采矿工程中从规则矩形采区到复杂边界采区的各类工作面形态。此外，系统支持将计算结果进行坐标旋转变换，并导出为 TXT 或 CSV 格式的文本数据文件，可直接导入 ArcGIS 等专业地理信息软件进行后续空间分析、叠加制图与决策支持，实现了沉陷预计计算与 GIS 应用的无缝衔接，提升了成果数据的工程实用价值。

5.结论

本文基于 MWORKS 自主可控科学计算平台，融合概率积分法与线积分法，设计并实现了一套采矿沉陷预计系统。主要结论如下：

(1) 系统依托 Julia 语言的高性能计算内核与 PyQt5 可视化框架，实现了规则工作面与不规格工作面的地表移动变形预计，支持二维剖面图、三维效果图、等值线图及数据导出等多种成果形式。

(2) 以陕西省某煤矿 308 工作面为实例进行验证，规则工作面最大下沉预计值为 4930 mm，各变形量分布规律与概率积分法理论一致；不规则工作面线积分法计算结果能够准确反映复杂边界对沉陷盆地形态的影响。

(3) 系统界面友好、操作便捷、计算高效，单点响应时间低于 50 ms，网格可视化生成时间低于 1.2 s，满足工程应用的实时性需求。

研究成果降低了采矿沉陷预计的技术门槛与数据处理时间，为矿区开采规划、灾害预警及土地复垦提供了实用的技术工具。未来工作将围绕 Julia 多线程并行计算、GPU 加速渲染及与 InSAR 监测数据的实时融合等方面展开，以进一步提升系统的预测精度与智能化水平。

参考文献

- [1] 滕永佳, 阎跃观, 郭伟, 等.不规则工作面开采地表沉陷线积分预计方法[J].矿业科学学报, 2022, 7 (1): 82-88.
- [2] 丁星丞, 李培现, 康新亮, 等.融合概率积分法与 SBAS-InSAR 的开采沉陷计算方法[J].矿业科学学报, 2025, 10 (1): 48-56.
- [3] 张琰君, 阎跃观, 龙思放, 等.结合改进 Weibull 时间函数的开采沉陷动态预测模型[J].岩土力学, 2024, 45 (6): 1824-1834.
- [4] 孙志豪, 徐良骥, 刘潇鹏.一种基于分段加权赋参的厚松散层矿区沉陷预计方法[J].金属矿山, 2024 (11): 132-141.
- [5] 刘宝琛, 戴华阳.概率积分法的由来与研究进展[J].煤矿开采, 2016, 21 (2): 1-3.
- [6] 韩磊, 戚鑫鑫, 王天君, 等.融合动态概率积分法模型和 Logistic 模型的地表采煤

- 沉陷动态预测方法[J].煤矿安全, 2025, 56(4): 146-154.
- [7] 秦忠诚, 高广慧, 李晓禾, 等.M-CM-GA-BP 算法的地表移动变形参数预测模型[J].黑龙江科技大学学报, 2024, 34(3): 360-366.
- [8] 杨默含.厚松散层下开采地表沉陷规律及预测方法研究[D].徐州: 中国矿业大学, 2023.
- [9] 查剑锋, 张豪杰, 赵军, 等.基于 MATLAB 的开采沉陷预计实验教学系统[J].中国矿业, 2016, 25(6): 164-168.
- [10] 张兵.开采沉陷动态预计模型构建与算法实现[D].北京: 中国矿业大学(北京), 2017.
- [11] 陈锋.基于 GIS 的开采沉陷移动变形预计与三维实现[D].淮南: 安徽理工大学, 2022.
- [12] 康慧.基于 GIS 技术的煤层开采覆岩变形破坏机理及沉陷可视化研究[D].徐州: 中国矿业大学, 2019.