

高等数学“一核三阶四步”案例挖掘设计方法与应用——基于知识、价值与育人融合贯通的探索

阎晨光*, 刘玉敬

河北科技大学理学院, 河北石家庄, 中国

*通讯作者

【摘要】教学案例是连接数学知识与工程应用、知识传授与价值引领的核心载体,而案例设计的方法论则决定了案例的质量。本文构建了高等数学“一核三阶四步”案例挖掘设计方法,详细阐释了方法的理论基础、内涵结构与操作流程,并以典型案例展示了模型的应用过程。实践表明,该模型为高等数学案例开发提供了可复制、可推广的方法论工具,有效解决了案例设计中“为设计而设计”、思政融入生硬、专业贴合度不足等突出问题。

【关键词】高等数学;案例设计模型;一核三阶四步;融合贯通;教学案例

【基金项目】河北省高校人工智能赋能教改专项课题资助成果(项目编号:2025RGZN029),高等学校大学数学教学研究中心自助项目成果(项目编号:CMC20240608)

1.引言

高等数学课程不仅是理工科各专业不可或缺的工具性基础,更是训练学生逻辑思维、抽象思维和科学素养的重要载体,同时还承担着价值引领和立德树人的根本任务。高等数学的教学案例是连接数学知识与工程应用、知识传授与价值引领的核心载体。然而,高等数学教学实践中,案例设计普遍缺乏系统的方法论指导,教师开发案例时依赖个人经验,导致案例与教学目标契合度不高。因此,高等数学的教学案例设计也成为当下教学研究的热点问题之一。现有研究主要集中在课程思政元素挖掘[1-3]、案例教学实施策略[4-6]以及OBE理念下的教学设计[7-8]等方面,对“如何系统设计案例”这一方法论问题关注不足。即使有部分研究提出了案例设计原则[9]或六步设计法[10],也未能形成一个贯通需求分析、素材挖掘、数学提炼、教学转化的完整设计链条,缺乏对设计背后理论基础的深入阐释。

本研究基于两年的行动研究,以OBE理念、建构主义学习理论和隐性教育理论为支撑,构建了高等数学“一核三阶四步”案例挖掘及设计方法。该方法以“知识、价值与育人融合贯通”为核心理念,遵循“情境化—去情境化—再情境化”三个认知阶段,包含“需求分析—素材挖掘—数学提炼—教学转化”四个操作步骤,旨在为高等数学案例开发提供有理论、有流程、有标准的系统

性方法论工具。

2.研究的理论框架

“一核三阶四步”案例挖掘及设计方法的建构扎根于三个相互支撑的教育理论,它们共同为案例设计提供了学理依据。

2.1 OBE理念:成果导向的反向设计逻辑

成果导向教育(Outcome-Based Education)于1981年提出,强调从预期学习成果出发反向设计教学活动[11]。OBE理念要求设计者首先明确“学生学完这个案例后应该能做什么”,再据此决定“设计什么样的案例”。这从根本上改变了“有什么素材就设计什么案例”的被动模式,转向“需要什么成果就开发什么案例”的主动设计。OBE理念为本研究提供了两个关键指导:一是明确“知识、能力、素养”三位一体的预期学习成果,使案例设计有清晰的目标指向;二是确立反向设计的逻辑——先确定成果,再设计案例,再配置教学活动,确保每一个设计决策都有明确的成果指向[12]。

2.2 建构主义学习理论:情境中的主动意义建构

建构主义学习理论认为知识是由学习者在已有经验基础上主动建构的,强调学习的情境性、社会性和主动性[13]。该理论对本研究的启示主要体现在三个方面:第一,案例设计应提供真实、复杂的学习情境,使知识在情境中获得意义,避免沦为“惰性知识”[14];第二,案例设计应提供从情境感知到数

学抽象再到迁移应用的完整认知路径；第三，不同学生带着不同的前概念进入课堂，案例设计应尊重这种差异，提供适度的选择空间。

2.3 隐性教育理论：润物无声的价值引领路径

隐性教育指教育目的、内容和过程不直接显露，而是通过环境、氛围、活动等潜移默化地影响受教育者[15]。在课程思政领域，隐性教育强调“如盐入水”的境界。该理论对本研究的启示是：案例中的思政元素不应是“贴上去的标签”，而应是案例本身“长出来的意义”。设计者应在案例的叙事和问题解决过程中自然融入价值观元素，使学生在不知不觉中完成价值内化。

以上三大理论相互补充：OBE 提供了“目标—设计—评价”的框架，建构主义揭示了学习的认知规律，隐性教育指导了价值融入的方法。三者共同支撑起“一核三阶四步”模型的理论根基。

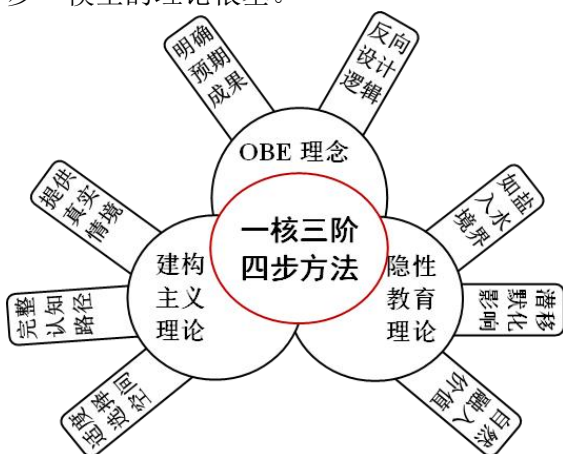


图 1. “一核三阶四步”案例挖掘及设计方法的理论框架

3. “一核三阶四步”案例挖掘及设计方法

“一核三阶四步”方法是本研究最核心的方法论创新，是全部案例开发的根本性指导框架。下面详细阐述“一核三阶四步”方法。

3.1 一核：知识、价值与育人的融合贯通

“一核”即以“知识、价值与育人的融合贯通”为案例设计的核心追求，贯穿于全部设计行为之中。“一核”要求案例设计要始终追问三个问题：这个案例能否帮助学生更深刻地理解和掌握数学知识？这个案例能否传递正向的价值观并引发学生的情感共鸣？这个案例能否促进学生作为“完整的人”的全面成长？三个维度缺一不可。在这个统一的核心追求下，知识、价值与育人三者达到了有机的统一。

知识是载体，没有扎实的数学知识作为根基，案例就失去了作为“数学教学案例”的合法性，沦为一般性的“科普故事”。价值是灵魂，没有价值观的引领，知识传授就停留在“工具理性”的层面，无法回答“为何而学”“为谁而用”的根本问题。育人是归宿，知识和价值的最终指向是学生的全面成长。于是，我们将知识、价值与育人三者关系概括为：以知识为载体承载价值，以价值为灵魂引领育人，以育人为归宿统摄知识与价值。

3.2 三阶：情境化—去情境化—再情境化

“三阶”指学生的认知在案例学习中应经历三个递进阶段。这三个阶段顺应了从“具体经验”到“抽象思维”再到“迁移应用”的认知发展规律。

第一阶：情境化。情境化的功能就是为数学的抽象概念提供“理解锚点”：让学生先看到一个真实的问题，再带着“这个问题怎么解决”的好奇进入数学学习。情境化阶段的核心设计原则是“真实、相关、简洁”：情境必须源于真实世界，必须与数学知识点有内在关联，必须简洁明了。

第二阶：去情境化。引导学生从具体情境中剥离出数学结构，完成从“实际问题”到“数学模型”的抽象。这是数学思维的核心跃迁，也是最让学生感到困难的地方。去情境化的本质是“翻译”：将情境中的关系“翻译”为数学公式。去情境化阶段的核心设计原则是通过递进式问题帮助学生自己完成“翻译”。

第三阶：再情境化。将学到的数学方法应用到新的、变化的情境中，实现知识的迁移与深化。再情境化检验学生是否真正吃透了知识。再情境化阶段的核心设计原则是“变式与拓展、开放与挑战”。

3.3 四步：案例挖掘设计的落地。

“四步”是指案例设计所必须的需求分析、素材挖掘、数学提炼、教学转化的四个关键操作步骤，是“一核三阶”理念落地的具体路径。四步之间存在严格的逻辑递进关系：没有需求分析的指引，素材挖掘就是盲目的；没有优质的素材，数学提炼就是无米之炊；没有精准的数学提炼，教学转化就失去了核心；没有教学转化的落地，前面所有的努力都无法真正服务于课堂教学。

第一步：需求分析，是案例设计的“勘探”阶段，主要解决“为谁设计、为什么设

计”的问题。这一步骤围绕三个维度展开：学情分析（知识起点、常见误解）、专业需求（后续课程的数学痛点）、教学约束（课时、工具、班级规模）。

第二步：素材挖掘，是案例设计的“采矿”阶段，主要解决“用什么素材承载数学与价值”的问题。这一步骤遵循“三有”标准：有数学——素材蕴含清晰的数学结构，能与高等数学知识点建立直接的、可教学的对应关系；有情境——素材具有故事性和情境感，能唤起学生的兴趣和情感共鸣；有尺度——素材的复杂度经简化后能在规定课时内完成完整流程。

第三步：数学提炼，是案例设计的“冶炼”阶段，主要解决“数学内核是什么”的问题。这一阶段要求设计者从复杂工程情境中“看到”数学结构，并用精确的数学语言表达出来。

第四步：教学转化，是案例设计的“成型”阶段，主要解决“怎么教给学生”的问题。产出成果主要包括：教学设计表（含三线目标、重难点、教学过程、评价方案）；PPT课件（15-20页，遵循“情境导入→问题呈现→数学推导→应用拓展→价值升华”结构）；教师讲稿（详细教学脚本）等。



图 2. “一核三阶四步”案例挖掘设计示意图

4.典型案例的挖掘与设计

以下以“FAST 面积的求法及南仁东的故事”和“微元法在工程机械领域中的应用”两个案例展示模型的应用过程。

4.1 案例一：FAST 面积的求法及南仁东的故事

需求分析：电子、信息等专业大一学生，已学二重积分但应用能力薄弱。后续《天线原理》《建筑结构》需计算曲面面积。课时 20 分钟，需用极坐标计算。

素材挖掘：FAST 射电望远镜，口径 500 米，曲率半径约 300 米，由 4450 块反射面板组成。素材来自央视纪录片及公开技术资料，蕴含二重积分的应用的数学知识，具有强烈的情境感和故事性。

数学提炼：球冠面方程 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2 (z \geq R - h)$ ，极坐标下的面积元素 $d\sigma = r dr d\theta$ ，积分区域 $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq \sqrt{R^2 - h^2}$ 。

教学转化：①情境导入（3min）：展示 FAST 图像，提问“表面积多大？”；②数学抽

象（5min）：引导建立球冠面方程→二重积分→极坐标变换；③分组计算（10min）：学生代入数据计算；④结果验证（2min）：与新闻报道公开数据对比；⑤价值升华（5min）：介绍南仁东“二十二年只做一件事”的事迹。

4.2 案例二：微元法在工程机械领域中的应用。

需求分析：面向机械专业大一学生，已学定积分但微元法应用薄弱。后续《机械设计》需计算不规则零件表面积。课时 25 分钟。

素材挖掘：某型航空发动机叶片，由曲线 $y = x^2 (0 \leq x \leq 2)$ 绕 x 轴旋转形成，需计算涂装面积。

数学提炼：旋转体面积公式 $S = \int_0^2 y \sqrt{1 + (y')^2} dx$ ，代入 $y = x^2$ 计算。

教学转化：①情境导入（3min）：播放叶片加工视频，提问“涂装面积多大？”；②数学抽象（5min）：推导旋转体侧面积公式；③分组计算（12min）：学生求解；④结果验证（3min）：与软件模拟值对比（误差 < 2%）；⑤价值升华（2min）：介绍中国航

发“两机专项”，强调精密制造中“差之毫厘谬以千里”。

5. 教学实践效果

项目组运用“一核三阶四步”模型开发了15个教学案例，覆盖高等数学12章13个核心知识点，关联机械、电子、材料、电气、纺织、建筑、环境、化工等8个工科专业，配套形成了《高等数学课程案例挖掘及设计手册》。

实践表明，该方法有效解决了案例设计中的三个突出问题。第一，案例设计从“拍脑袋”到“有章法”：教师有了清晰的设计流程和操作指南，案例开发从依赖个人经验走向规范化操作。第二，理工结合从“贴皮

式”到“有机融合”：相关案例不再是“带背景的例题”，数学知识与工程情境形成了内在的逻辑关联。第三，思政融入从“两张皮”到“三线并行”：知识线、能力线、价值线在设计阶段就融为一体，思政元素从案例本身“长出来”而非外部“贴上去”。

以“FAST面积的求法及南仁东的故事”为例的案例教学前后测数据显示（样本量N=94）：学生对“二重积分在实际问题中的应用”的掌握度从40.5%提升至72.1%，提升31.6个百分点；87.2%的学生感受到了超越知识本身的价值观启发并引发思考；学生反馈钟“坚持”“责任”“自豪”等关键词高频出现。

表 1.FAST 案例教学前后相关观测点数据对比

	观测点	比例（赞同和十分赞同）
案例教学前	是否了解数学在实际问题中的作用	40.5%
	是否熟悉数学知识在本专业的应用	34.9%
案例教学后	本次案例内容与你的专业相关度	73.8%
	案例教学帮助我深化了对数学知识的理解	72.1%
	案例教学让我更理解在工程领域的应用	71.4%
	本次案例让我感受到了超越知识本身的价值观，并引发我的思考。	87.2%

案例教学后，各工科专业学生对“该案例激发了我对本专业更强烈的认同感或学习动力”持“赞成”或“完全赞成”的比例均在60%以上。详细数据见下表。

表 2.案例教学前后相关观测点数据对比

专业	信息	食品	经管	建工	机械	环工	化工	纺织	电气	材料	平均
比例%	70.6	72.4	58.6	67.9	65.1	62.7	69.3	81.1	84.2	63.2	69.5

案例教学后，各工科专业学生对“让我感受到了超越知识本身的价值观（如：爱国、创新、执着），并引发了我的思考”持“赞成”或“完全赞成”的比例均在60%以上。详细数据见下表。

表 3.案例教学前后相关观测点数据对比

专业	信息	食品	经管	建工	机械	环工	化工	纺织	电气	材料	平均
比例%	79.6	76.7	65.6	67.3	65.8	74.3	71.3	83.3	84.5	67.3	73.5

案例教学后，各工科专业学生对“我更倾向于通过小组合作来完成相关内容的学习”持“赞成”或“完全赞成”的比例均在60%以上。详细数据见下表。

表 4.案例教学前后相关观测点数据对比

专业	信息	食品	经管	建工	机械	环工	化工	纺织	电气	材料	平均
比例%	69.4	73.5	68.2	64.7	60.2	74.6	61.6	77.8	80.3	61.4	69.2

案例教学对同学的影响不仅体现在专业学习，也体现在学习价值观方面。学生回答的高频词包括：“应用”（出现342次）、“科学”（264次）、“坚持”（189次）、“责任”（156次）、“自豪”（143次）、“严谨”（98次）。这一对比直观反映了案例教学对学生价值观的积极影响。

6. 结论

本研究基于两年的行动研究，构建了高

等数学“一核三阶四步”案例设计方法，形成以下主要结论：第一，“一核三阶四步”方法为高等数学案例开发提供了系统的方法论工具，使案例设计从依赖个人经验走向规范化操作。第二，该方法有效实现了知识传授、能力培养与价值引领的有机融合，解决了传统案例设计中思政融入生硬、专业贴合度不足等问题。第三，方法的四个步骤形成了完整的设计闭环，每一步都有明确的任务、

质量标准和产出物，具有良好的可操作性和可迁移性。

当然，“一核三阶四步”方法的应用仍面临挑战：需求分析需要投入额外时间调研；素材挖掘对教师的跨学科视野提出了更高要求；数学提炼是最考验教师功力的环节。未来可在以下方向继续探索：利用 AI 技术构建“学生画像-案例标签”匹配模型，实现案例的个性化推荐；深化与专业课教师的协同备课，开发贯通“基础课—专业课”的长链条案例。

我们深知：教学改革没有终点，只有不断循环的“设计—实施—评估—改进”，才能让教学始终贴近学生、贴近时代、贴近立德树人的根本要求。

参考文献

- [1] 金雪莲, 李元新, 唐丽. 课程思政融入“高等数学”教学探索[J]. 辽宁工业大学学报(社会科学版), 2026, 28(1): 78-81.
- [2] 司元超, 刘葵. 微分中值定理中思政元素的探索[J]. 科教文汇, 2025(11): 73-77.
- [3] 李应岐, 王静, 方晓峰. “高等数学”课程思政教学探析[J]. 教育教学论坛, 2022, (1): 26-29.
- [4] 邢振宇. 克服“数学恐惧症”的高等数学教学改革研究——以实际案例教学为例[J]. 成才, 2026(2): 156-159.
- [5] 张国珍. 基于案例教学的高等数学教学改革研究[J]. 高教学刊, 2025, 11(26): 137-140.
- [6] 吴慧卓. 高等数学教学中渗透课程思政的探索与思考[J]. 大学数学, 2019, 35(5): 40-43.
- [7] 罗来珍, 赵辉, 王义文. 大学数学课程“三维互促、六融并举”育人体系的创新与实践[J]. 大学数学, 2025, 41(5): 38-43.
- [8] 邓丽. 基于 OBE 理念的高等数学课程思政建设研究[J]. 辽宁省交通高等专科学校学报, 2025, 27(4): 77-80.
- [9] 马红铝, 陈文彦, 吴霞. 新工科背景下以学生为主体的课程案例设计——以高等数学课程为例[J]. 大学数学, 2023, 39(4): 106-112.
- [10] 黄文林. 融入思政元素的高等数学课程案例教学设计与策略[J]. 高师理科学刊, 2025, 45(2): 73-77.
- [11] Spady, W. G. Outcome-Based Education: Critical Issues and Answers [M]. Arlington: American Association of School Administrators, 1994.
- [12] Noushad, P. P. Introduction to Outcome-Based Education [M]//Designing and Implementing the Outcome-Based Education Framework. Singapore: Springer, 2024.
- [13] Vygotsky, L. S. Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes [M]. Cambridge: Harvard University Press, 1978.
- [14] Lave, J., & Wenger, E. Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [15] 张永奇. 新时代背景下研究生思想政治理论课的改革创新——基于显性教育和隐性教育相统一的课程共同体模式[J]. 学位与研究生教育, 2019, (10): 14-18.