

从高等数学到美育：科学精神与审美素养的融合之道

刘加珍

南通师范高等专科学校，江苏南通，中国

【摘要】高等数学作为理工科的基础学科，常被当作逻辑训练工具，其蕴含的美学价值在教育教学中被忽视。本研究将从美学理论出发，探索高等数学中的四美：对称之美、简洁之美、统一之美、奇异之美，分析数学美的认知原则与心理效应，剖析高等数学美育在培养审美素养、激发创新思维方面的作用。研究表明，将美育融入高等数学教学，能提升学习兴趣，实现科学精神与人文素养的互融共生。本研究结合高等数学中的极限、导数及其应用、积分、级数、常微分方程等核心内容，提出情境创设、视觉转化、历史回溯、跨学科统一等具体教学策略，设计包含审美感知、审美鉴赏、审美创造三个层级的美育评价体系，为高等数学课程的美育教学提供方法。

【关键词】高等数学；美育；数学之美；审美教育；跨学科融合

1. 绪论

1.1 研究背景与问题提出

1.1.1 时代呼唤：新工科背景下的人才培养转型

21 世纪以来，科技竞争越发激烈，信息数字、高端制造与新材料、航空航海等前沿领域的突破，全部依赖于深厚的基础数学。同时，社会对有创新能力的人才的需求已经从单一的技术能力转向具有全面发展的综合能力。教育部《关于切实加强新时代高等学校美育工作的意见》明确指出，美育是培根铸魂的重要途径，应贯穿于各级各类教育全过程[1]。受这个政策导向，在理工科基础课程高等数学中融入美育，成为核心议题。

高等数学是大学理工科专业的公共基础课，对培养优秀的理工科大学生的科学素养起着举足轻重的作用。然而，当前高等数学教学普遍存在“重工具轻人文、重计算轻理解、重结果轻过程”的导向[2]，学生在大量的计算训练中逐渐丧失对数学的好奇心与热爱。导致这种情况的根源在于：学生仅仅将数学作为解题的工具，忽略了它是一种蕴含着深邃美感的思维艺术。

1.1.2 现实困境：高等数学教学中的审美缺失

多年的高等数学教学中，研究发现大部分学生认为高等数学“枯燥”“难懂”，仅有少数的学生表示在学习过程中感受到过“美感”或“愉悦”。那些能够在数学学习中体验到“美感”或“愉悦”的学生，成绩优异，愿意继续深造与高等数学有关的理工科相关专业。这说明，

审美体验是深度学习的“催化剂”。

当前高等数学教学的审美缺失主要表现在三个方面：第一，教学内容缺乏语境化，定理公式缺少历史生成过程；其二，教学过程缺乏情感化，教师注重严谨的逻辑推理，忽略引导学生感受数学思想的精巧；其三，评价体系缺乏多元化，标准化考试机制只考核学生的计算能力、解题技巧，不考核学生的审美鉴赏力、数学直觉力等美学素养。

1.2 国内研究现状述评

1.2.1 国外研究进展

数学家们对数学美的关注由来已久。早在二千五百多年之前，毕达哥拉斯学派就提出“万物皆数”的理论，他们认为数的和谐是宇宙秩序的本质，开启了数学美研究的先河。[2]近现代的英国数学家哈代在《一个数学家的辩白》中写道：“数学家的模式，就像画家或诗人的模式一样，必须是美的。”[3]法国数学家庞加莱也指出，数学创造的本质是“选择”，而引导这种选择的正是“数学美的感觉”[4]——它使我们在无数可能的组合中敏锐地捕捉到有价值的那个。

20 世纪后半叶，随着认知心理学的发展，研究者开始从实证角度探讨数学美的神经机制。英国神经生物学教授 Semir Zeki 等人的 fMRI 实验表明，受试者在观看被认为“优美”的数学公式时，大脑中与艺术审美相关的内侧眶额皮层同样被激活，这为抽象理性的数学美与艺术审美共享同一审美神经回路，提供了神经科学依据。

1.2.2 国内研究现状

国内学者对数学美育的研究始于上世纪末。徐利治先生率先提出“数学美学”的概念，并将其划分为“外在美”（对称、整齐等视觉层面的美）与“内在美”（逻辑严密、思想深刻等智识层面的美）[5]。张奠宙教授在《数学美与数学教育》一文中，系统论述了数学美在激发学习动机、培养创造性思维方面的独特作用[6]，并提倡将美育纳入高等数学课程标准。

随着“课程思政”理念的推广，高等学校尝试在高等数学教学中融入美育。如《数学文化》、《数学与艺术》等课程，在美育上均进行研究试验，并取得了良好的教学效果。但是现有的美育教学，缺乏系统的理论建构，针对高等数学（尤其是微积分）的美育教学研究显得更为薄弱。

1.2.3 现有研究的不足与本研究的切入点

国内外现有的研究存在如下不足之处：一是理论脱离实践，美学分析大多浮在思辨表层，没能成为具体的教学策略；二是美学研究集中于中小学数学阶段，不重视高等数学的美育研究探讨；三是缺乏可量化的美育效果评估手段。本研究试图弥补以上不足，构建一个有一定理论深度与可操作性的高等数学美育体系。

1.3 核心概念界定

1.3.1 高等数学

“高等数学”是一个广义概念，涵盖大学理科以及工科专业的微积分、线性代数、概率论与数理统计、常微分方程等基础数学课程。高等数学的核心特征是以变量为核心工具，专门研究运动、变化和无限过程，与初等数学相比具有更强的抽象性和更丰富的结构美[7]。

1.3.2 美育

美育即审美教育，通过审美感知、奖赏、创造活动，培养人的审美能力、审美情趣为目标的教育活动。不同于艺术教育（侧重技能训练），美育更强调审美意识的唤醒与审美人格的塑造。美育不仅指让学生“欣赏”数学之美，

更指通过审美体验促进认知发展、激发创造潜能、健全人格修养[8]。

1.3.3 数学美

数学美是数学概念、符号、图形中的理性审美对象在学生心智中引起的愉悦感受，属于科学美，是美育的重要组成部分[9]。它具有客观性与主观性的两大属性：客观性体现在数学结构本身确实存在对称、有序、简洁等属性；主观性则指这种美需要主体具备一定的数学素养才能感知。本研究采纳学界较为公认的分类法，将数学美分为形式美（对称、简洁等）与内容美（统一、逻辑、奇异等）。

1.4 研究方法

本文采用文献研究法、理论分析法与案例分析法相结合的研究方法。首先通过文献梳理把握数学美育的理论脉络；其次运用美学、教育学和认知心理学的相关理论进行交叉分析；最后结合高等数学典型教学内容进行案例设计。

2. 高等数学中的美学形态分析

2.1 对称之美：秩序与平衡的永恒韵律

2.1.1 对称的数学定义与美学意蕴

自然界最原始的美感来源是对称。可以说，对称无处不在。从雪花的六角形晶体结构到蝴蝶翅膀的镜像对称，从天安门城楼到正多边形都有对称。在数学中对称的定义：在某种变换下保持不变的性质。这一定义形式使得对称从直观的视觉现象升华为抽象的数学思想。

2.1.2 函数图像中的对称

高等数学中最直观的对称在函数图像得到体现。例如二次函数 $y = x^2$ ，其图像在 y 轴两侧镜像对称，使人感觉静态安稳。而正弦函数 $y = \sin x$ 的中心对称传递圆融和谐的美感——动感中有规整，在变化中保持守恒。

更进一步，周期函数的平移对称性揭示了时间序列中的循环规律。

傅里叶级数可以分解为一系列正弦波与余弦波的叠加，是一种动态的对称之美。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad \begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx & (n = 0, 1, \dots) \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx & (n = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (1)$$

2.1.3 代数结构中的对称

几何图形中有对称性，代数结构之中也深藏对称性。群论就是对称的数学理论。一个集合连同其二元运算构成群，若该运算满足公理（封闭性、结合律、存在单位元和逆元），那么代数群就具有对称性。例如，模 4 加法群

$Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$ ，元素 1 和 3 互为对称， $1 + 3 \equiv 0 \pmod{4}$ ，0 和 2 自身对称。把取逆看作对称变换和几何的镜像对称本质相通。

2.2 简洁之美：大道至简的智慧光芒

2.2.1 简洁性的美学依据

简洁美是数学最显著的美学特征之一。爱因斯坦的名言“一切都应尽可能简单，但不能过于简单”[10]，道出了简洁性的精髓。数学的简洁是经过高度抽象后达到的凝练。一个公式之所以被数学家视为“优美”，正是因为它在最小的符号空间内记录了最大的信息量。

2.2.2 经典公式的简洁之美

欧拉公式 $e^{i\pi} + 1 = 0$ 被誉为“数学中最美的等式”，它将自然对数的底 e 、虚数单位 i 、圆周率 π 、乘法单位元 1 和加法单位元 0 这五个看似毫不相关的数学常数，用最少的元素表达了最深刻的关系——指数函数与三角函数的统一、实数与虚数的交汇、有限与无限的贯通。又如微积分基本定理： $\int_a^b F'(x)dx = F(b) - F(a)$ ，它用一个等式沟通了微分与积分这两个核心概念，揭示了局部变化与整体累积之间的深刻联系。学生若能领悟其中的简洁之美，便能在纷繁复杂的公式中找到思维的支点。

2.2.3 简洁性的认知价值

简洁的数学表达不仅具有审美价值，更具有重要的认知功能。认知心理学认为，人类的短时记忆容量有限（通常为 7 ± 2 个组块），简洁的表达式有助于减轻认知负担，使学习者将注意力集中在核心思想上而非繁琐的符号操作上[11]。例如，莱布尼茨发明的微分符号 $\frac{dy}{dx}$ 和积分符号 $\int f(x)dx$ 之所以沿用至今，正是因为它们直观地表达“微分”与“积分”的语义内涵，体现了数学的简洁美。

简洁性还是数学真理性的一个间接评价指标。数学家们普遍认为：如果一个理论是正确的，那么它最终应该能够被表述为简洁的形式。“简洁即真理”的信念，本身就是一种审美判断。

2.3 统一之美：万象归宗的宏大叙事

2.3.1 统一的哲学内涵

统一性是数学追求的终极目标之一。统一，是将表面互不相干的概念、定理或分支，从更高的层面上联系起来，揭示它们共同的内在结构。这种统一带来的审美体验相当于于宗教中的“悟”——仿佛在迷雾中所有的碎片化场景拼成了一幅完整的图画。

2.3.2 微积分内部的统一

微积分本身就是一部“统一”史诗。泰勒级数 $f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$ 将任意可导函数

展开为多项式之和，实现了“用简单逼近复杂”的统一。微分学研究变化率，积分学研究累积量，二者表面不同，却被微积分基本定理统一起来。这种统一不仅解决了当时困扰科学界的一些难题（如求切线方程、求曲边图形面积、求极值等），还奠定了近代科学的方法论基础——任何运动变化的问题，都可以通过微积分来建模求解。

多元微积分中，格林定理、高斯散度定理和斯托克斯定理进一步统一了曲线积分、曲面积分和体积分之间的关系。这三个定理可以看作是一元函数的微积分基本定理在多维空间的推广，它们说明了这样一个事实：一个区域内部的“总变化”等于其边界上的“净流量”[12]。这种“内部与边界的对偶性”是数学中最优美的思想之一。

2.3.3 数学分支之间的统一

不同数学分支之间的统一作用巨大。解析几何将代数方程与几何曲线统一起来，搭建了数形互通的桥梁，使得我们可以用代数方法研究几何问题，用几何直观理解代数结论，降低了抽象知识的认知负担，实现了代数与几何的统一，完成审美感知。

2.3.4 数学与物理的统一

数学与物理学的统一是科学史上最大的成就。麦克斯韦方程组统一了电学、磁学和光学；爱因斯坦的广义相对论用黎曼几何统一了时空与引力...。每一次统一都伴随着数学工具的革新，也都带来了巨大的审美意义。

在高等数学教学中，适当引入这些“统一的故事”，让学生感受到数学不是一堆孤立的知识点，是一个有机生长的生命体。

2.4 奇异之美：突破常识的震撼力量

2.4.1 奇异的审美价值

如果说对称、简洁、统一带给人的是和谐、宁静、圆满的审美，那么奇异之美则以其反直觉、反常规的特性，给人以惊愕、继而深思的审美体验。奇异是对已有审美框架的超越[13]。正如艺术史上的立体派、抽象派最初被视为“丑陋”，后来却被奉为经典，数学中的奇异现象同样在不断拓宽着我们的审美疆域。

2.4.2 分形几何中的奇异

数学之美不总是温和优雅的，有时它以反直觉的方式出现[14]。科赫雪花曲线（图1）是分形几何的典型案例，其周长无限而面积有限。它的构造极为简单：从一个等边三角形开始，将每条线段三等分，并以中间一段为底向外作等边三角形，然后再去掉该底边。接着再

将每条边三等分，中间向外作等边三角形，再去掉底边，……，重复这一操作至无穷。这个貌似简单的过程却产生了令人震惊的结果：雪花的周长趋于无穷大，而面积却无限接近有限数值（初始三角形面积的 1.6 倍）。也就是说，这条周长无限长的曲线竟然围出了一块有限的区域！

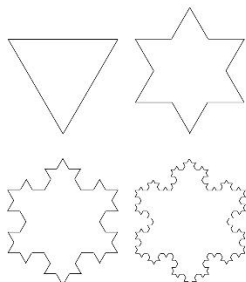


图 1.科赫雪花曲线图

特别令人惊奇的是它的自相似性：无论放大多少倍，局部结构都与整体具有相同的形状。这意味着科赫雪花在任意尺度上都显现出同样的精细结构，没有最小单元可言[15]。这种“无限嵌套”的结构挑战了我们对维度的直观理解——科赫雪花的豪斯多夫维数约为 1.26，这种“分数维”的存在，极大地拓展了我们对“维度”这一基本概念的认识。

2.4.3 处处连续处处不可导的函数

魏 尔 斯 特 拉 斯 函 数

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x) \text{ 其中 } a \text{ 是一个小于 } 1$$

的正数， b 是一个奇数且满足 $ab > 1 + \frac{3}{2}\pi$ 。因

为级数一致收敛，所以函数处处连续，但却处处不可导！而此前，数学界都认为连续函数“几乎处处”是可导的，顶多在个别点处出现尖点（不可导点）。魏尔斯特拉斯函数的出现彻底否定了这一结论，人们不得不重新审视“连续性”与“可导性”之间的关系。

这个“奇异”现象既突破了人们的直观认知的局限性，还拓宽了审美的探究边界。正如毕加索创立的立体主义打破了传统透视法的垄断，数学中的奇异之美提醒我们：真实世界远比想象更为丰富，美的定义也在不断更新。

2.4.4 奇异之美的教育启示

奇异之美在高等数学教学中能打破学生的固化认知，拓宽思维边界[16]。当学生第一次听说分形图形、魏尔斯特拉斯函数时，常常会心生疑惑，唤起好奇心。这种认知冲突能激发学生深度学习的兴趣。教师应当利用这些“反常”例子，促使学生主动钻研，不断自我超

越。在体会奇异之美中懂得：依靠严密的推导才是科学态度，科学精神的真正内核。

3.数学美的认知机制与教育功能

3.1 数学美的认知机制

3.1.1 格式塔心理学的完形原则

格式塔心理学认为，人的大脑倾向于将碎片化的要素整理成完整、有序的整体，即“完形”。完形遵循：邻近原则（空间位置近的元素为一组）、相似原则（大小、现状一致的为一组）、闭合原则（人脑主动补足缺口，将不完整图形自动补充完整）、连续原则等。[11]

格式塔原则揭示，人脑偏好有序完整的整体结构，由此产生美感。例如傅里叶级数的部分和在无限逼近原函数的过程中，就体现出“从不完整到完整”的格式塔原则。由此可见，高等数学教学应该重视呈现知识的整体结构，引领学生形成宏观的数学视野。

3.1.2 流畅性理论

认知心理学家 Reber“流畅性理论”认为，当大脑信息加工过程通畅时，会产生积极愉悦的感觉，这种体验归因于加工对象的“美”[17]。换言之，大脑耗费较低的认知加工信息，会引起个体的审美愉悦。

对称、简洁、规律性的高等数学问题可以降低认知加工的难度，所以是美的。比如对称的函数图像只需要处理一半的信息，更易被记住；简洁的公式符号数量少，大脑处理的信息相对也少，更容易被理解掌握。“流畅性理论”为数学美育提供了思路：教师进行设计教学时应致力于缓解学生的认知压力，运用适当的情境、恰当的类比、尽可能可视化的呈现，让数学变得精简大脑信息处理成本，契合 Zeki 神经美学理论。

3.1.3 预期与惊讶的神经机制

神经研究表明，审美体验与大脑的“奖赏系统”密切关联。当数学教学内容契合原有认知时，大脑会释放多巴胺，带来平和美感；当实际信息偏离预期时，则会产生预期误差，引发惊讶，大脑奖赏系统释放多巴胺调到注意力进行探究，破解惊讶，完成审美进阶[10]。

这一研究结果启发教师在进行高等数学教学时：一方面，精心设计提问和铺垫，能使学生对即将学习的定理产生一定的预期，接着在证明过程中逐步满足预期，获得“果然如此”的愉悦。另一方面，还可以适时给出一些反直觉的问题（如“无穷项幂级数的和函数可以是一个简单初等函数”），打破学生的固有认知，形成认知冲突，从而获得“原来如此”的惊喜。

3.2 数学美的教育功能

3.2.1 激发学习动机：从外驱力到内驱力

当前高等数学教学面临的问题是：大部分学生学习的主要是通过考试，导致考完就遗忘。这种外驱力导致学生学习效率低下。

进行适当的数学美育可以让学生感受到数学之美，把学习从“要我学”变成了“我要学”。“内驱力”是维系长效学习的核心动力。哈代说：“数学家的动机，就像艺术家的动机一样，是创造美的形式。”[3]尽管绝大多数学生不会以数学为职业，但他们对数学之美的追求却是一样的。把这种追求引导到高等数学学习中，可以产生强大的内驱力。

3.2.2 促进深层理解：从机械记忆到意义建构

背不定积分公式是同学们比较难啃的骨头，常见学习误区是死记硬背。例如 $\int \csc x dx = \ln |\cot x - \csc x| + C$ ，如果不明白这个结论是如何推导出来的，也不理解它为什么是这样。机械记忆很容易遗忘，也无法迁移到新的问题情境中[18]。审美体验有助于深层理解的达成。当学生“欣赏”公式的证明过程——欣赏它如何巧妙地绕过一个难点，如何将未知转化为已知——那么他就理解了该公式的内在逻辑。这种理解不是靠背诵获得的，而是在审美愉悦中自然生成的。也就是说“理解”和“美”往往是同步发生的。

3.2.3 培养创造性思维：直觉、联想与灵感

数学的创造核心是发现新的联系、提出新的猜想。庞加莱描述过自己的数学创造过程：在长时间的紧张工作后，思路陷入僵局，这时进行散步放松或喝上一杯咖啡，灵感悄然突至，所有碎片瞬间拼合在一起。其实这种灵感的闪现就是“数学美的感觉”——潜意识在筛选各种可能的组合，只有当某个组合具有足够的“美感”时，就被提升到意识层面。

这种发现对教育的启示是：培养学生的创造性思维，不仅要依靠逻辑训练，还要呵护发展他们的审美直觉。在高等数学教学中，应鼓励学生大胆猜想，允许他们犯错误，引导他们从“这个解法很美”的角度去评判与众不同的解题路径。

4. 高等数学美育的理论框架

4.1 理论基础

劳动创造美，而美育是人的全面发展的重要部分。数学作为一种高级的精神生产活动，

同样遵循美的规律。杜威主张“教育即经验的持续改造”[19]。他认为，真正的学习发生在个体与环境互动的过程中，而审美经验是最高形式的经验——因为它整合了认知、情感和行动，使人在此时此刻获得完整的满足。杜威的这一思想启示我们：数学美育不应是附加在常规教学之上的“装饰品”，而应融入日常教学的全过程，使每一次学习都成为一种审美经验。

建构主义认为，知识不是被动接受的，而是由学习者基于已有经验主动建构的[19]。数学美育的任务是创设条件让学生自己“发现”美。教师的角色是引导者和催化者，而非裁判和权威。

4.2 高等数学美育的目标体系

美育必须尊重学生的主体地位，应渗透在高等数学教学的各个环节中[14]。从课堂导入到例题讲解，从课后作业到考试评价，都应体现对美的追求。是“润物细无声”的浸润式教育。另外学生的审美能力是逐步发展的，教学应从直观的、视觉化的美入手（如对称的函数图像、简洁的数学公式），过渡到抽象的结构美（如群论的对称性、拓扑的不变性），最后上升到哲学层面的统一之美与奇异之美。

基于上述理论基础，本文将高等数学美育的目标划分为三个层次：

第一层：审美感知——学生能识别数学对象中的对称、简洁、统一、奇异之美，能用语言描述自己的审美感受。这是美育的初级阶段，重在“看到”。

第二层：审美鉴赏——学生能够对不同数学理论或证明进行审美评判，能够判断“优美的证明”，能够理解“好数学”的审美标准[20]。这是美育的中级阶段，重在“品味”。

第三层：审美创造——学生能在解决问题或探索新知的过程中自觉地运用审美准则，能创造出“美”的数学作品（如巧妙的证明、优美的算法等）。这是美育的高级阶段，重在“创造”。

这三个层次逐级递进，共同构成一个完整的美育目标体系。

5. 高等数学美育的教学策略

5.1 情境创设策略：让数学回到生活世界

5.1.1 问题情境的生活化

许多很多高等数学概念来源于解决实际问题。引入新概念时，可以先呈现一个生动的情境，让学生感受到解决问题的迫切性，然后再引出数学工具。例如，在讲解定积分之前，提出两个引例“如何计算曲边梯形的面

积?”“如何计算变速直线运动的路程?”让学生体会到从“有限”到“无限”跨越的必要性。

5.1.2 历史情境的重现

数学史为美育提供历史语境。教师在课堂上重现历史上的关键发现时刻,让学生循着历史的脉络感知学科演进的历程,体会数学的逻辑严谨美。例如,在讲解牛顿-莱布尼茨公式时,可以讲述牛顿如何从物理视角入手,莱布尼茨如何从几何角度出发,各自独立发现了微积分基本定理。回望历史,数学家们不惧质疑,潜心研究,契合当前科技竞争中对人才的要求。

5.2 视觉转化策略:化抽象为直观

5.2.1 函数图像的可视化

高等数学中多为抽象的概念,如极限、导数、定积分等。借助计算机辅助系统(如 Mathematica、MATLAB、Desmos),能将这些概念转化为可视化的图像,化抽象为直观。例如,讲导数时,通过动画演示移动切点,切线随之转动,使学生直观感受斜率的变化,将抽象的导数转化为可视化的几何图形。

5.2.2 空间结构的可视化

二重积分涉及三维空间,三重积分涉及更多维空间,可视化尤为重要。利用 GeoGebra-3D 可以展示双曲抛物面的鞍点、球坐标下的三重积分区域。对于无法直接绘制的四维空间,可以通过投影、切片、颜色编码等方法进行降维进行可视化教学。

5.3 历史回溯策略:在故事中感悟智慧

重要的数学定理背后都有动人的故事。教师选择让学生了解数学家的生平、奋斗历程。例如,费马作为业余数学家不仅发现了费马小定理,还在阅读一本书时,在勾股定理旁写出了费马大定理,让后来的数学家历经三百多年才完成证明;印度数学家拉马努金,凭借美妙的直觉写下了数千个神秘的公式……这些故事能激励学生,感悟数学的人文情怀。

有些定理有多种不同的证明方法,证明方法的演变反映了数学思想的进步。例如,勾股定理有四百多种证明方法,从欧几里得的几何证明到现代的代数证明。学会比较不同证明方法的优劣,可以培养审美能力。

5.4 跨学科映射策略:在关联中发现统一

5.4.1 数学与物理的关联

物理与数学关系亲密。几乎每个物理学家都是数学家,几乎每一个数学概念都能在物理中找到对应:速度是位移的导数,梯度是势能的变化方向,散度是源的强度。教师可以在高

等数学课上引入物理案例,可以帮助学生理解抽象的数学概念,同时也让他们感受到数学的强大。

5.4.2 数学与艺术的关联

数学与艺术的交融源远流长。黄金分割比例(约 1: 0.618)在绘画、雕塑、建筑中被广泛应用;埃舍尔的版画充满了对称、镶嵌、无穷循环等数学元素;现代计算机音乐和数字图像处理则直接建立在傅里叶分析的基础之上。由此学生看到高等数学不只是冰冷的公式,也是美的源泉。

5.4.3 数学与哲学的关联

数学与哲学关系源远流长。极限概念与芝诺悖论的关系、无穷集合与康托尔对角线论证的关系、哥德尔不完备定理与理性局限性的关系——都是数学与哲学交叉的经典。适当引入哲学讨论,可以提升高等数学课的思维深度,培养学生的批判性思维[20]。

6. 高等数学美育的评价体系

6.1 评价理念的转变

传统的高等数学评价分式以书面考试为核心,重点考查学生的计算能力和解题技巧。这种评价方式只能检测低层次的认知目标(记忆、理解、应用),而无法评价衡量学生的审美素养。

美育视角下的高等数学评价应作三个转变:从终结性评价向形成过程性评价转变,从单一分数评价向多元综合评价转变,从教师主导评价向师生共同评价转变。

6.2 评价维度的设计

参照美育三个转变,本文设计如下评价维度:

6.2.1 审美感知维度

能否识别数学对象中的对称、简洁、统一、奇异等美学特征;能否用自己的语言描述数学对象的审美感受;

评价方式:课堂观察、学习日志、口头汇报

6.2.2 审美鉴赏维度

能否对不同证明方法进行审美比较(如哪个更简洁、更巧妙);能否理解数学共同体对“好数学”的审美共识

评价方式:小论文写作、课堂辩论、同伴互评

6.2.3 审美创造维度

能否在解决问题时主动寻求更优美的解法;能否将数学之美应用到其他领域(如编程、设计)

评价方式:项目制学习、创新作品展、研究报告

6.3 评价实施的注意事项

避免强制:审美感受是个性化的,评价的目的是促进学生发展。

重视过程:学生审美能力的提升注重纵向比较(与自己过去相比),而非横向排名。

多元主体:引入学生自评、同伴互评、教师评价等多种评价主体,提高评价的全面性。

7. 结论与展望

7.1 研究结论

本研究围绕高等数学的美育,进行了系统的分析与探索,得出如下结论:

第一,高等数学中蕴含丰富的美育资源。对称美体现在函数图像、代数结构中,简洁之美蕴含于欧拉公式、微积分基本定理公式中,统一之美贯穿于微积分内部,奇异之美在反直觉现象中展现。这四种美学形态构成了数学美的完整体系。

第二,高等数学美育可以发挥多维度育人作用。它既能够激发学生的学习内驱力,还能培养创新思维、完善人格。审美体验与认知提升双向促进,美育是成为深耕高等数学教学的“引擎”。

第三,高等数学美育的实施构建系统化的教学策略。依托情境创设策略拉近数学与生活,视觉转化策略化破解抽象概念,历史回溯策略启迪思想智慧,跨学科关联在学科交融里体会统一。这些策略构成有机的整体。

第四,美育效果的评价需要突破传统框架。应从审美感知、审美鉴赏、审美创造三个维度进行综合评价,采用量表、档案袋、创意作品等多元化工具,注重评价的过程性与个性化。

7.2 研究创新点

系统构建了高等数学美育的理论框架,明确了目标体系与基本原则;提出了四项具体可行的教学策略;设计了包含三个维度的美育评价体系。

7.3 研究局限与未来展望

本研究仍存在一定局限:首先,受时间和条件限制,教学策略的有效性验证规模有限;其次,评价工具的信效有待进一步检验;再次,不同学校、不同专业的学生对数学美的接受度可能存在差异,本研究未考虑这些因素。

未来可以探究:一是开展准实验研究,对比美育教学与传统教学的效果差异;二基于大数据背景,开发学习分析系统,实时追踪学生

审美能力;三是探索人工智能辅助的数学美育,如根据学生的审美偏好利用人工智能推送个性化的学习包。

参考文献

- [1] 教育部.关于切实加强新时代高等学校美育工作的意见[Z].教体艺(2019)2号,2019.
- [2] 李铁安,张楠.论数学美育的内涵、机理与任务[J].中国教育学刊,2026(05):76-82.
- [3] 哈代 G H.一个数学家的辩白[M].何生,译.大连:大连理工大学出版社,2014.
- [4] 庞加莱 H.科学与方法[M].李醒民,译.北京:商务印书馆,2006.
- [5] 徐利治.数学美学与数学教育[J].数学教育学报,1994,3(1):1-5.
- [6] 张奠宙.数学美与数学教育[J].数学教育学报,2005,14(2):1-4.
- [7] 郑骏.集聚数学之美绽放思维之花——数学与美育跨学科融合教学案例[J].数学之友,2023,37(22):36-37.
- [8] 克莱因 M.古今数学思想[M].张理京,张锦炎,译.上海:上海科学技术出版社,2002.
- [9] Zeki S, Romaya J P, Benincasa D M T, et al. The experience of mathematical beauty and its neural correlates[J]. Frontiers in Human Neuroscience, 2014, 8: 68.
- [10] 于冬梅,黄初有.数学审美化教学的内涵特征与实践路径[J].数学教育学报,2025,34(01):85-91.
- [11] 陈雨桐.视神经美学视域下数学对称美感的生成机制[J].教学与管理,2021,33(01):107-109.
- [12] Reber R, Schwarz N, Winkielman P. Processing fluency and aesthetic pleasure: Is beauty in the perceiver's processing experience?[J]. Personality and Social Psychology Review, 2004, 8(4): 364-382.
- [13] 李琴,屈飞龙.高等数学“融美于教”的研究与实践[J].大学数学,2024,40(09):66-70.
- [14] 施惠芳.完整育人视域下数学课堂的审美建构[J].中国教育学刊,2021(06):104.
- [15] 董志彪,冯圆圆.[M].北京高中数学美育的学科特征及实施策略[J].教学与管理,2021,33(09):107-109.
- [16] 黄贤明.数学学科美育:内涵、价值与实现路径[J].中学数学杂志,2022(12):56-8.
- [17] Sinclair N. The aesthetic in mathematics education[J]. Educational Studies in

Mathematics, 2004, 57(2): 257-278.

- [18] 郑义富.关于数学精神、数学美育与核心素
养的辨析[J].课程·教材·教法, 2021, 41
(07): 112-118.

- [19] 杜威 J.艺术即经验[M].高建平, 译.北京:
商务印书馆, 2010.

- [20] 张景中.数学与哲学[M].北京: 中国少年儿
童出版社, 2011.